

福建农林大学考试试卷（A）卷

2019 —2020 学年第二学期

课程名称： 线性代数

考试时间 120 分钟

得分

一、填空题（每空格 3 分，共 18 分）

1. 逆序数 $\tau(3124) =$ _____。
2. 已知向量 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, $\beta_1 = \alpha_1, \beta_2 = \alpha_1 + \alpha_2, \beta_3 = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$,
 则 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 线性_____（填相关或无关）。
3. 设 A 是 $m \times n$ 矩阵且其秩为 r , 则 $Ax=0$ 的基础解系中含解向量的个数为_____。
4. 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 7 & 4 & -1 \\ 4 & 7 & -1 \\ -4 & 4 & x \end{pmatrix}$ 的 3 个特征值之和为 18, 则 x 的值为 _____。
5. 设 A 是 3 阶方阵, B 是 3 阶方阵, $|A| = 2, |B| = -3$, 则 $|A^T B^T| =$ _____。
6. 已知矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 6 & a \end{pmatrix}$ 与 $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ 相似, 则 $a =$ _____。

得分

二、选择题（每小题 3 分，共 18 分）

1. 已知 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 2$, 则 $\begin{vmatrix} 3a_{11} & 3a_{12} & 3a_{13} \\ -a_{21} & -a_{22} & -a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$ ()
 A . 6 B . -3 C . 3 D . -6

2. 计算 $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -10 & 5 \\ -10 & 3 \end{pmatrix}$

3. 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 3 & a & -1 & 2 \\ 5 & 3 & b & 6 \end{pmatrix}$ 已知矩阵 A 的秩为 2, 求 a, b 的值。

4. 求向量组 $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \alpha_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \alpha_4 = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ 的秩, 并求此向量组的一个极大无关组。

得分

四、综合题（每小题 12 分，共 24 分）

1. 求非齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 + x_5 = 2 \\ 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 6x_4 + 3x_5 = 6 \\ -x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + 3x_5 = 4 \end{cases}$ 的全部解,

并写出其对应的齐次线性方程组的基础解系。

2. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 6 \end{pmatrix}$, 则(1)求 A 的特征值和特征向量;

(2) 判断特征向量是否两两正交; (3) 求正交阵 P , 将矩阵 A 相似对角化。

得分

五、证明题（共 4 分）

设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, $\beta_1 = \alpha_1 + \alpha_2, \beta_2 = \alpha_2 + \alpha_3, \beta_3 = \alpha_3 + \alpha_1$,

试证向量组 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 也线性无关。