

# 福建农林大学本科考试试卷 (A) 卷

2019—2020 学年 第 二 学期

课程名称: 高等数学 D 考试时间: 120 分钟

得分

一、单项选择题 (选择正确答案的字母填入括号, 每小题 3 分, 共 24 分)

1.  $x=0$  是函数  $f(x)=\arctan \frac{1}{x}$  的 ( ).

(A) 可去间断点 (B) 跳跃间断点 (C) 连续点 (D) 无穷间断点

2. 当  $x \rightarrow 0$  时, 函数  $e^x - (ax^2 + bx + 1)$  是比  $x^2$  高阶的无穷小量, 则 ( ).

(A)  $a = \frac{1}{2}, b = 1$  (B)  $a = -1, b = 1$  (C)  $a = 1, b = 1$  (D)  $a = -\frac{1}{2}, b = 1$

3. 设  $f(x)$  为奇函数, 且在  $(0, +\infty)$  内  $f'(x) > 0, f''(x) > 0$ , 则  $f(x)$  在  $(-\infty, 0)$  内有 ( ).

(A)  $f'(x) < 0, f''(x) < 0$  (B)  $f'(x) > 0, f''(x) > 0$

(C)  $f'(x) < 0, f''(x) > 0$  (D)  $f'(x) > 0, f''(x) < 0$

4. 设函数  $y = y(x)$  由方程  $x^{y^2} + y^2 \ln x + 4 = 0$  确定, 则  $\frac{dy}{dx} =$  ( ).

(A)  $\frac{-y}{2x \ln x (x^{y^2} + 1)}$  (B)  $\frac{y}{2x \ln x}$  (C)  $\frac{-y}{2(x^{y^2} y^2 + x \ln x)}$  (D)  $\frac{-y}{2x \ln x}$

5. 下列式子计算正确的是 ( ).

(A)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin x}{x - \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x} = \infty$  (B)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{e^x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{e^x} = 1$

(C)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{\tan^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2}x^2}{x^2} = \frac{1}{2}$

(D)  $\int_{-1}^1 2x\sqrt{1+x^2} dx = 2 \int_0^1 \sqrt{1+x^2} d(1+x^2) = \frac{4}{3} (1+x^2)^{\frac{3}{2}} \Big|_0^1 = \frac{4}{3} (2\sqrt{2} - 1)$

6. 下列函数在给定区间上满足罗尔中值定理的有 ( ).

(A)  $y = \sin x, \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

(B)  $y = |x+1|, [0, 2]$

(C)  $y = x^2 - 5x + 6, [2, 3]$

(D)  $y = \begin{cases} x+1, & x < 1 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}, [0, 2]$

7. 下列反常积分收敛的是 ( ).

(A)  $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \ln x}$

(B)  $\int_e^{+\infty} \frac{\ln x}{x} dx$

(C)  $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^2}$

(D)  $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^{\frac{1}{2}}}$

8. 抛物线  $y^2 = 4ax$  ( $a > 0$ ) 及直线  $x = x_0$  ( $x_0 > 0$ ) 所围成的图形绕  $x$  轴旋转, 所得旋转体的体积为 ( ).

(A)  $-2\pi ax_0^2$

(B)  $\pi ax_0^2$

(C)  $4\pi ax_0^2$

(D)  $2\pi ax_0^2$

得分

二、填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

9.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x}\right)^x = \underline{\hspace{2cm}}.$

10. 设  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$ , 则  $f'(0) = \underline{\hspace{2cm}}.$

11. 函数  $y = x - e^x$  在  $x = 0$  处取得极\_\_\_\_\_值.

12. 设  $z = xy + \frac{x}{y}$ , 则  $dz = \underline{\hspace{2cm}}.$

13. 交换二次积分  $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(x, y) dy + \int_1^3 dx \int_0^{\frac{1}{2}(3-x)} f(x, y) dy$  的积分次序得:

\_\_\_\_\_.

得分

三、计算题（每小题 9 分，共 36 分）

14. 设  $f(x) = \begin{cases} g(x) - e^{-x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ ，其中  $g(x)$  有二阶连续导数，且  $g(0) = 1$ ，

$f'(0) = -1$ ，讨论  $f'(x)$  在  $x = 0$  处的连续性、可导性.

15. 设  $\int xf(x)dx = \arcsin x + C$ ，求  $\int_0^1 \frac{dx}{f(x)}$ .

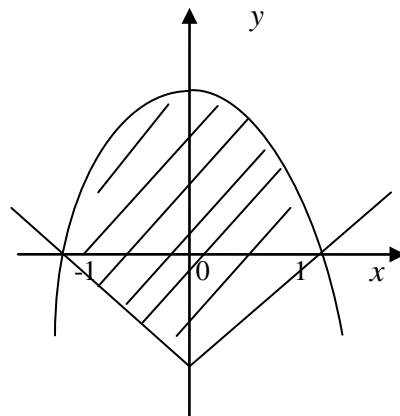
16. 求微分方程  $y' - \frac{1}{x^2}y = e^{x - \frac{1}{x}}$  的通解.

17. 已知二元函数  $z = \ln(u + v)$ ，其中  $u = x - y, v = xy$ ，求  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ .

得分

四、应用题（每小题 10 分，共 20 分）

18. 参数  $\lambda (\lambda > 0)$  取何值时，曲线  $y = \lambda(1 - x^2)$  与它在点  $(-1, 0)$  及  $(1, 0)$  处的法线围成的图形面积最小？



19. 求二重积分  $\iint_D e^{x+y} dx dy$  , 其中  $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 3\}$ .

得分	五、证明题 (每小题 5 分, 共 5 分)

20. 设  $f(x)$  在  $[0, 1]$  上满足  $f''(x) > 0$  , 试证明下式成立:  $f'(1) > f(1) - f(0) > f'(0)$ .