

福建农林大学考试试卷 (A) 卷

2019—2020 学年 第 二 学期

课程名称: 概率论 考试时间: 120 分钟

得分

一、填空题（每空格 2 分，共 20 分）

1. 已知 $p(A)=0.4, p(A+B)=0.7$, 若 A 与 B 互不相容, 则 $p(B)=$ _____;
若 A 与 B 相互独立, $p(B)=$ _____。
2. 设 $X \sim B(10, 0.1), Y \sim \text{泊松分布}P(2)$, 且 X 与 Y 相互独立, $D(2X - Y + 5) =$ _____。
3. 设二维随机变量 (X, Y) 的联合分布律为:

$X \backslash Y$	0	1
0	0.4	a
1	b	0.1

已知随机事件 $\{X=0\}$ 与 $\{X+Y=1\}$ 相互独立, 则 $a=$ _____, $b=$ _____。

4. 随机变量 X 的方差 $D(X)=5$, 且由切比雪夫不等式有, 则 $\varepsilon =$ _____ 时,
有 $P\{|X-E(X)| \geq \varepsilon\} \leq \frac{1}{5}$ 。
5. 将 3 个球以相同的概率分配到 4 个盒子里, 恰有 3 个盒子各有一球的概率为 _____。

6. 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ (正态分布), 其概率密度 $f(x) = Be^{\frac{-x^2+2x-1}{8}}$, 则 $B = \underline{\hspace{2cm}}$, $E(X) = \underline{\hspace{2cm}}$, $p(X > 1) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

得分

二、单项选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 设 $F_1(x)$ 与 $F_2(x)$ 分别为随机变量 x_1, x_2 的分布函数, 为使 $F(x) = aF_1(x) - bF_2(x)$ 是某一随机变量的分布函数, 在下列给定的多组数值中应取 ()
- A. $a = \frac{2}{3}, b = \frac{2}{3}$ B. $a = \frac{3}{5}, b = -\frac{2}{5}$

C. $a = \frac{1}{2}, b = \frac{3}{2}$

D. $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{3}{2}$

2. 设随机变量 X 服从标准正态分布, $\Phi(x)$ 表示其分布函数, 且已知 $P\{X > x\} = a$,

则 $x =$ ()

A. $\Phi^{-1}(1-a)$

B. $\Phi^{-1}(1-\frac{a}{2})$

C. $\Phi^{-1}(a)$

D. $\Phi^{-1}(\frac{a}{2})$

3. 设 A, B 为两个互不相容事件, 则下列各式错误的是 ()

A. $P(AB) = 0$

B. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

C. $P(AB) = P(A)P(B)$

D. $P(B-A) = P(B)$

4. 设 $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$, $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$, 且 $P(|X - \mu_1| < 2) > P(|Y - \mu_2| < 2)$, 则 ()

A. $\sigma_1 < \sigma_2$

B. $\sigma_1 > \sigma_2$

C. $\mu_1 < \mu_2$

D. $\mu_1 > \mu_2$

5. 设离散型随机变量 X 的分布函数
$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ a & 0 \leq x < 2 \\ \frac{3}{4} - a & 2 \leq x < 3 \\ a + b & x \geq 3 \end{cases}, \text{ 且 } P(X=3) = \frac{1}{2},$$

则 a, b 的值分别为 ()

A. $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}$

B. $\frac{1}{6}, \frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$

D. $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}$

得分

三、计算题 (每小题 10 分, 共 40 分)

1. 随机变量 X 的概率密度为
$$f(x) = \begin{cases} ax, & 0 \leq x \leq 1; \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

求 (1) a , (2) $E(X), D(X)$, (3) $P(-1 < X < 3)$.

2. 从含有 3 个白球, 3 个黑球的袋子中任取 3 个, 则 (1) 求所取 3 个球中白球数 X 的分布列; (2) 求 $Y = 2X - 1$ 的分布函数; (3) 求 $E(1 + 2X)$.

3. 设随机变量 $X \sim \text{均匀分布 } U[0, 2]$, 求 (1) $Y = 2X - 1$ 的概率密度 $f_Y(y)$;

(2) $P(X \leq 1, Y \leq 4)$.

4. 设电源电压 $X \sim N(220, 25^2)$ (单位: 伏特), 又设在下列三种情况下某种电子元件损坏的概率分别为 0.1, 0.001 和 0.2: (a) X 不超过 200 伏; (b) X 在 200~240 伏之间; (c) X 超过 240 伏. 若已知 $\Phi(0.8) \approx 0.8$, 试求:

(1) 电子元件损坏的概率;

(2) 若已知电子元件损坏, 问该电子元件在第 (c) 种情况下损坏的概率. (必须写出设题和已知的概率, 并写出所用的概率公式).

得分

四、综合题 (每小题 10 分, 共 20 分)

1. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且 X, Y 的分布律分别为

X	0	1
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$

Y	1	2
P	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$

试求: (1) 二维随机变量 (X, Y) 的分布律; (2) $P(X + Y \leq 1.5)$;

(3) 随机变量 $Z = XY$ 的分布律.

2. 设二维随机变量 (X, Y) 的联合概率密度 $f(x, y) = \begin{cases} Axy^2, & 0 < y < x, 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

求: (1) A 的值;

(2) X 和 Y 的边缘概率密度, 并判别 X 和 Y 是否相互独立;

(3) 求 $P((X, Y) \in D)$, 其中 $D = \{(x, y) \mid y \leq \frac{1}{2}\}$.

得分

五、证明题（5 分）

已知事件 A、B 相互独立，证明 \overline{A} 与 \overline{B} 独立。