

福建农林大学考试试卷 (A) 卷

2020—2021 学年 第 一 学期

课程名称: 概率论 考试时间: 120 分钟

得分	一、填空题（每空格 3 分，共 21 分）

1. 已知事件 A, B 满足 $P(AB) = P(\overline{AB})$, 且 $P(A) = 0.2$, 则 $P(B) =$ _____。

2. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ 0.3, & -1 \leq x < 2 \\ 0.8, & 2 \leq x < 5 \\ 1, & x \geq 5 \end{cases}$, 则 X 的分布律为_____。

3. 设随机变量 X_1, X_2, X_3 相互独立, 其中 $X_1 \sim B(100, 0.3)$, $X_2 \sim N(0, 2^2)$,

X_3 服从参数为 3 的泊松分布, 记 $Y = X_1 - 2X_2 + 4X_3$, 则, $E(Y) =$ ____, $D(Y) =$ _____。

4. 设连续型随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$, 且 $E(X^2) = 2$,

则未知参数 $\lambda =$ _____。

5. 随机变量 X, Y 相互独立且服从同一分布, $P(X = k) = P(Y = k) = (k + 1)/3$,

$k = 0, 1$, 则 $P(X \neq Y) =$ _____。

6. 设二维随机变量 (X, Y) 服从区域 $D: 0 < x < 1, 0 < y < 1$ 上的均匀分布, 则 $P\{Y < 2X\} =$ _____。

得分	二、单项选择题（每小题 2 分，共 14 分）

1. 以 A 表示“概率考试及格, 英语不及格”, 则 \overline{A} 表示 ()

- (A) 概率考试不及格, 英语考试及格 (B) 概率英语考试都及格
(C) 概率考试不及格或者英语考试及格 (D) 概率英语考试都不及格

2. 设 $B \subset A$, 则下面正确的等式是()

- (A) $P(\overline{AB}) = 1 - P(A)$; (B) $P(\overline{B} - \overline{A}) = P(\overline{B}) - P(\overline{A})$;
 (C) $P(B|A) = P(B)$; (D) $P(A|\overline{B}) = P(A)$

3. 将 γ 个球随机地放在 n 个盒子中 ($\gamma \leq n$), 则某指定的 γ 个盒子各有一球的概率为()

- (A) $\frac{\gamma!}{n^\gamma}$ (B) $C_n^\gamma \frac{\gamma!}{n^\gamma}$ (C) $\frac{n!}{\gamma^n}$ (D) $C_\gamma^n \frac{n!}{\gamma^n}$

4. 设连续型随机变量 X 的密度函数有 $f(-x) = f(x)$, $F(x)$ 是 X 的分布函数, 则下列成立的有()

- (A) $F(-a) = F(a)$ (B) $F(-a) = \frac{1}{2} F(a)$
 (C) $F(-a) = 1 - F(a)$ (D) $F(-a) = \frac{1}{2} - F(a)$

5. 设 $X \sim N(4, 9)$, 则下列随机变量中服从标准正态分布的是()

- (A) $\frac{X-9}{4}$ (B) $\frac{X-4}{9}$ (C) $\frac{X-9}{2}$ (D) $\frac{X-4}{3}$

6. 设 $X \sim U(0, 4)$, 则条件概率 $P(X < 2 | X > 1) =$ ()

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) 1

7. 设 $E(X) = 4, D(X) = 9$, 用切比雪夫不等式估计概率 $p = P\{0 < X < 8\}$ 是()

- (A) $p > 9/16$ (B) $p \leq 9/16$ (C) $p > 7/16$ (D) $p \leq 7/16$

得分

三、计算题(每小题 10 分, 共 40 分)

1. 设一批混合麦种中一、二、三等品分别占 20%、70%、10%, 三个等级的发芽率依次为 0.9, 0.7, 0.3. 求 (1) 这批麦种的发芽率; (2) 若取一粒能发芽, 则它是二等品的概率为多少? (须写出所用的符号假设与概率公式)

2. 袋中有 2 个白球和 3 个黑球, 每次从其中任取 1 个球, 每次取出的黑球不再放回去 (不放回取球), 直至取得白球为止, 令 X 为取球次数, 求 (1) X 的分布律; (2) X 的分布函数; (3) X 的方差。

3. 设随机变量 X 具有概率密度
$$f(x) = \begin{cases} a \cos x, & |x| \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & |x| > \frac{\pi}{2} \end{cases},$$

(1) 求系数 a 的值; (2) 求 X 落在区间 $(0, \frac{\pi}{4})$ 内的概率; (3) $E(X+1)$ 。

4. 设随机变量 X 具有概率密度函数
$$f_X(x) = \begin{cases} x/8, & 0 < x < 4; \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$$

求随机变量 $Y = e^X - 1$ 的分布函数和概率密度函数。

得分

四、综合题 (每小题 10 分, 共 20 分)

1. 设随机变量 (X, Y) 在区域 D 上服从均匀分布, 其中 D 由 $y = x, y + x = 0, x = 1$ 围成

求 (1) X 和 Y 的联合密度函数; (2) X 和 Y 的边缘分布, 并讨论 X 和 Y 是否独立;

(3) 期望 $E(XY)$ 的值。

2. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

$X \setminus Y$	1	2	3
1	1/6	1/9	1/18
2	1/3	α	β

, X 与 Y 独立.

求: (1) α, β 的值; (2) 关于 X 和 Y 的边缘分布律; (3) $Z = X + Y$ 的分布律.

得分

五、证明题 (1 小题, 共 5 分)

设 X 与 Y 是随机变量, 证明: $D(X - Y) = D(X) + D(Y) - 2[E(XY) - E(X) \cdot E(Y)]$