

福建农林大学考试试卷 (A) 卷

2020—2021 学年 第一 学期

课程名称: 高等数学 C1 考试时间: 120 分钟

得分

一、单项选择题 (每小题 3 分, 共 30 分)

1. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos \sqrt{x}}{ax} & x > 0 \\ b & x \leq 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 ()

- (A) $ab = \frac{1}{2}$ (B) $ab = -\frac{1}{2}$ (C) $ab = 0$ (D) $ab = 2$

2. 设 $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x - 1}$, 则 $x=1$ 是 $f(x)$ 的 ()

- (A) 跳跃间断点 (B) 可去间断点 (C) 无穷间断点 (D) 震荡间断点

3. 关于函数 $y = f(x)$ 的说法, 以下**错误**的是 ()

(A) 若 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处连续, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在

(B) 若 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处可导, 则 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处连续

(C) 若 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处可导, 则 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处可微

(D) 若 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处可微, 则 $\Delta y - dy = o(dy)$

4. 设 $f(x) = \frac{1}{x-1}$, 则 $f^{(2021)}(0) =$ ()

- (A) $(-1)^n 2021!$ (B) $(-1)^n 2020!$ (C) $-2021!$ (D) $-2020!$

5. 设 $x \in [0, 1]$, $f''(x) > 0$, 则 ()

(A) $f'(1) > f'(0) > f(1) - f(0)$ (B) $f'(1) > f(1) - f(0) > f'(0)$

(C) $f(1) - f(0) > f'(1) > f'(0)$ (D) $f'(1) > f(0) - f(1) > f'(0)$

6. 设 $f(x) = x \sin x + \cos x$ ，则下列正确的是 ()

- (A) $f(0)$ 是极大值, $f(\frac{\pi}{2})$ 是极小值
(B) $f(0)$ 是极小值, $f(\frac{\pi}{2})$ 是极大值
(C) $f(0)$ 是极大值, $f(\frac{\pi}{2})$ 也是极大值
(D) $f(0)$ 是极小值, $f(\frac{\pi}{2})$ 也是极小值

7. 设 $f(x) = \ln x$ ，则 $f(x)$ 的一个原函数为 ()

- (A) $\frac{1}{x}$ (B) $\frac{1}{x} + C$ (C) $x \ln x - x$ (D) $x \ln x + x + C$

8. 设 $I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx, I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx, I_3 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x dx$ ，则 ()

- (A) $I_1 > I_2 > I_3$ (B) $I_3 > I_2 > I_1$ (C) $I_2 > I_1 > I_3$ (D) $I_1 > I_3 > I_2$

9. 下列反常积分收敛的是 ()

- (A) $\int_{-\infty}^{+\infty} x^3 dx$ (B) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x} dx$ (C) $\int_2^{+\infty} \frac{1}{x \ln x} dx$ (D) $\int_2^{+\infty} \frac{1}{x \ln^2 x} dx$

10. 微分方程 $4y'' - 4y' + y = 0$ 的通解为 $y =$ ()

- (A) $C_1 e^x + C_2 e^{2x}$ (B) $C_1 e^{\frac{x}{2}} + C_2 e^{2x}$
(C) $C_1 e^{-x} + C_2 e^{-2x}$ (D) $(C_1 + C_2 x) e^{\frac{x}{2}}$

得分

二、填空题 (每空格 3 分, 共 15 分)

1. 已知曲线 $y = (1 - \frac{1}{x})^{2x}$ ，则该曲线的水平渐近线方程为_____.

2. 设 $y = \int_1^{3x} \ln^2 t dt$ ，则 $dy =$ _____.

3. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1+x^2} & x \geq 0 \\ \sec^2 x & x < 0 \end{cases}$ ，则 $\int_{-\frac{\pi}{4}}^1 f(x) dx =$ _____.

4. $\int_{-1}^1 (\sin x + \sqrt{1-x^2}) dx =$ _____.

5. 由积分中值定理可得, 至少存在一个 $\xi \in (1,3)$, 使得 $\int_1^3 \frac{\sin x}{x} dx =$ _____.

得分	三、计算题 (每小题 9 分, 共 45 分)

1. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{1}{\ln(x+1)} - \frac{1}{x})$.

2. 设 $y = f(x)$ 由 $\cos(xy) + \ln y - x = 1$ 确定, 则 (1) 求 $f(0), f'(0)$;

(2) 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} n(f(\frac{2}{n}) - 1)$.

3. 求 $\int e^x \sin x dx$

4. 设 $f(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$, 求该曲线的凹凸区间和拐点.

5. 求微分方程 $(y + x^2 e^{-x}) dx - x dy = 0$ 的通解.

得分	四、应用题 (每小题 10 分, 共 10 分)

6. 已知区域 D 由曲线 $y = \sqrt{e^x - 1}$, 直线 $x = 1$ 和 x 轴所围, 试求: (1) 区域 D 的面积;
(2) 区域 D 绕 x 轴旋转一周所成旋转体的体积.